

# Matrix-Matrix-Multiplikation

## Aufgabe

Über die exakten Slownesswerte können wir uns nicht sicher sein.  $k_2$  könnte z.B. statt 2 auch 2.5 sein. Wir wollen beide Modelle benutzen. Zur Erinnerung:

$$\begin{aligned} s_{1,1} &= 2, s_{1,3} = 1, & s_{2,1} &= 1, s_{2,3} = 1 \\ s_{3,2} &= 1, s_{3,4} = 1, & s_{4,2} &= 2, s_{4,4} = 1. \end{aligned}$$

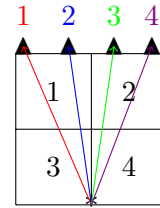


Abb. 1 (nicht maßstabsgerecht)

a) Erstellen Sie den Slownessvektor  $\vec{k}_2$  nach dem gleichen Schema wie  $\vec{k}_1$ .

$$\vec{k}_1 = \begin{pmatrix} k_{1,1} \\ k_{2,1} \\ k_{3,1} \\ k_{4,1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{k}_2 = \begin{pmatrix} k_{1,2} \\ k_{2,2} \\ k_{3,2} \\ k_{4,2} \end{pmatrix} =$$

b) Berechnen Sie die Laufzeiten  $t_{1,2}, t_{2,2}, t_{3,2}, t_{4,2}$  der Strahlen 1 bis 4 auch für das Modell mit  $\vec{k}_2$ .

$$\begin{aligned} t_{1,2} &= s_{1,3} \cdot k_{3,2} + s_{1,1} \cdot k_{1,2} = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 = 3 \\ t_{2,2} &= s_{2,3} \cdot k_{3,2} + s_{2,1} \cdot k_{1,2} = \\ t_{3,2} &= \\ t_{4,2} &= \end{aligned}$$

c) Ordnen Sie beide Slownessvektoren  $\vec{k}_1$  und  $\vec{k}_2$  nebeneinander in der Matrix  $\mathbf{K}$  an.

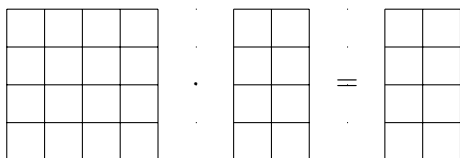
$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} \vec{k}_1 & \vec{k}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{1,1} & k_{1,2} \\ k_{2,1} & k_{2,2} \\ k_{3,1} & k_{3,2} \\ k_{4,1} & k_{4,2} \end{pmatrix} =$$

d) Berechnen Sie mithilfe des CAS/GTR  $\mathbf{S} \cdot \mathbf{K}$ . Vergleichen Sie das Ergebnis des **Matrix-Matrix-Produktes** mit den Laufzeitvektoren  $\vec{t}_1$  und  $\vec{t}_2$ . Welche Struktur hat die Matrix  $\mathbf{T}$ , wenn gilt  $\mathbf{S} \cdot \mathbf{K} = \mathbf{T}$ ?

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} t_{1,1} & t_{1,2} \\ t_{2,1} & t_{2,2} \\ t_{3,1} & t_{3,2} \\ t_{4,1} & t_{4,2} \end{pmatrix} =$$

Die **Rechenregel für die Multiplikation zweier Matrizen** lautet:

Zur Berechnung des Matrix-Matrix-Produktes wird das Schema „Zeile mal Spalte“ angewendet. Gestalten Sie farbig. Verwenden Sie unterschiedliche Farben und Muster.



Beispiel:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 6 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 4 \cdot 1 & 1 \cdot 4 + 2 \cdot 6 + 4 \cdot 5 \\ 2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 + 5 \cdot 1 & 2 \cdot 4 + 3 \cdot 6 + 5 \cdot 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 36 \\ 17 & 51 \end{pmatrix}$$

e) Welche Bedingungen gelten für die Formate der Matrizen  $\mathbf{S}$  und  $\mathbf{K}$ , damit  $\mathbf{T}$  berechnet werden kann? (Was wäre, wenn  $k_{4,1}$  und  $k_{4,2}$  unbekannt wären? Könnte  $\mathbf{T}$  berechnet werden, ohne die Laufwege in der 4. Zeile zu kennen?)

Zwei Matrizen heißen **verkettet**, wenn