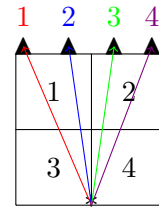


Matrizenrechnung

Matrix-Vektor-Multiplikation

Aufgabe

Gegeben ist ein Modell aus vier Teilgebieten mit den Slownesswerten $k_1 = k_3 = k_4 = 1$ und $k_2 = 2$, das von vier Strahlen durchlaufen wird (siehe Abb. 1). Die Wege der einzelnen Strahlen durch die Zellen sollen folgende Längen haben:



$$s_{1,1} = 2, s_{1,3} = 1, \quad s_{2,1} = 1, s_{2,3} = 1$$

$$s_{3,2} = 1, s_{3,4} = 1, \quad s_{4,2} = 2, s_{4,4} = 1.$$

Abb. 1: Modell und Strahlen schematisch

a) Berechnen Sie die Laufzeiten t_1, t_2, t_3, t_4 der Strahlen 1 bis 4.

$$t_1 = s_{1,3} \cdot k_3 + s_{1,1} \cdot k_1 = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 = 3$$

$$t_2 = s_{2,3} \cdot k_3 + s_{2,1} \cdot k_1 =$$

$$t_3 =$$

$$t_4 =$$

b) Schreiben Sie das zugehörige lineare Gleichungssystem (LGS) in Matrix-Vektor-Form auf.

$$\mathbf{S} \cdot \vec{k} = \vec{t}$$

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} s_{1,1} & s_{1,2} & s_{1,3} & s_{1,4} \\ s_{2,1} & s_{2,2} & s_{2,3} & s_{2,4} \\ s_{3,1} & s_{3,2} & s_{3,3} & s_{3,4} \\ s_{4,1} & s_{4,2} & s_{4,3} & s_{4,4} \end{pmatrix} =$$

$$\vec{k} = \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \\ k_4 \end{pmatrix} = \quad \vec{t} = \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \end{pmatrix} =$$

c) Überprüfen Sie mit dem CAS, ob das LGS korrekt ist.

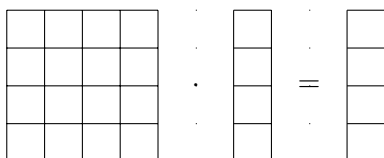
Eingabe Matrix: **Keyboard** → **Math2** → dreimal ⇒ S

Eingabe Vektor: **Keyboard** → **Math2** → dreimal ⇒ k

Multiplikation: S k

Die **Rechenregel für die Multiplikation einer Matrix mit einem Vektor** lautet:

Zur Berechnung des Matrix-Vektor-Produkts wird jede einzelne Zeile der Matrix mit den Einträgen des Vektors kombiniert. Es wird elementweise multipliziert und entlang einer Zeile addiert. Gestalten Sie farbig. Verwenden Sie unterschiedliche Farben und Muster.



Beispiel:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 4 \cdot 1 \\ 2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 + 5 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 17 \end{pmatrix}$$