

# IlirsMatheAbiVorbereitung

Aufgabe 6

# Analysis 2.0



## 6.1 wissenschaftlicher Taschenrechner (WTR)

### Aufgabe 11. Analysis 1

Lösung S. 124

1. Die Leitung eines großen Unternehmens versendet an jedem Arbeitstag um 7:00 Uhr eine E-Mail mit tagesaktuellen Informationen an alle Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter. Diese wurden gebeten, nach dem Lesen der E-Mail eine Lesebestätigung zu versenden. Auf der Grundlage der über viele Tage erfassten Lesebestätigungen wurde mithilfe der in  $\mathbb{R}$  definierten Funktionen  $u$  und  $v$  mit

$$u(x) = 100x^3 - 900x^2 + 2300x \quad \text{und} \\ v(x) = 20x^2 - 520x + 2880$$

die Funktion  $k$  entwickelt mit:

$$k(x) = \begin{cases} u(x) & \text{für } 0 \leq x < 3 \\ v(x) & \text{für } 3 \leq x \leq 8 \end{cases}$$

Die Funktion  $k$  beschreibt modellhaft für einen Zeitraum von acht Stunden eines Arbeitstages die zeitliche Entwicklung der momentanen Änderungsrate der Anzahl der eingegangenen Lesebestätigungen. Dabei ist  $x$  die seit 7:00 Uhr vergangene Zeit in Stunden und  $k(x)$  die momentane Änderungsrate der Anzahl der seit 7:00 Uhr eingegangenen Lesebestätigungen in der Einheit  $1/h$ .

- a) Berechnen Sie  $k(2)$  und interpretieren Sie das Ergebnis im Sachzusammenhang.

(3 BE)

$$a) k(2) = u(2)$$

$$= 100 \cdot 2^3 - 900 \cdot 2^2 + 2300 \cdot 2$$

$$= 1800$$

Um  $7+2=9$  Uhr beträgt die momentane

Änderungsrate der seit 7 Uhr eingegangenen

Lesebestätigungen  $1800 \frac{1}{h}$ .

- b) Es gilt

$$v(x) = 20 \cdot (x - 18) \cdot (x - 8).$$

Begründen Sie, dass die Funktion  $v$  nicht geeignet ist, die momentane Änderungsrate auch für den Zeitraum nach 15:00 Uhr zu beschreiben.

(3 BE)

- b) Für 15 Uhr gilt  $x = 15 - 7 = 8$ .

$$v(8) = 20 \cdot (8 - 18) \cdot (8 - 8) = 0$$

$$v(9) = 20 \cdot (9 - 18) \cdot (9 - 8) = -180.$$

Nach 15 Uhr kommen negative Änderungsraten der Lesebestätigungen raus, was als Beschreibung des Modells unmöglich ist.

- c) Berechnen Sie mithilfe der Funktion  $k$  die Anzahl der im Zeitraum von 10:00 Uhr bis 15:00 Uhr eines Arbeitstages eingegangenen Lesebestätigungen.

(4 BE)

- c) 10 Uhr  $\Leftrightarrow x = 10 - 7 = 3$   
15 Uhr  $\Leftrightarrow x = 15 - 7 = 8$  }  $\Rightarrow v(x)$  relevant

Trick: Einheiten der Achsen multiplizieren ergibt die Bedeutung des Integrals!

Lesebestätigungen  $\cdot h =$  Lesebestätigungen

$$\int_3^8 v(x) dx = \int_3^8 (20x^2 - 520x + 2880) dx = \left[ \frac{20}{3} x^3 - \frac{520}{2} x^2 + 2880x \right]_3^8 \\ = \frac{20}{3} \cdot 8^3 - 260 \cdot 8^2 + 2880 \cdot 8 - \left( \frac{20}{3} \cdot 3^3 - 260 \cdot 3^2 + 2880 \cdot 3 \right) \\ \approx 3333 \text{ Lesebestätigungen.}$$