

IlirsMatheAbiVorbereitung

Aufgabe 8

Analysis ClassPad



2. Für ein Umweltschutzprojekt sollen zwei Unterwasserdrohnen U1 und U2 in einem See Messungen in unterschiedlichen Tiefen vornehmen. Sie bewegen sich nur in vertikaler Richtung, d. h. senkrecht zur Wasseroberfläche des Sees. Ihre Geschwindigkeiten lassen sich für $0 \leq t \leq 30$ mithilfe der in \mathbb{R} definierten Funktionen v bzw. w beschreiben, wobei gilt:

$$v(t) = -\frac{6}{25}t \cdot (4t - 25) \cdot e^{-\frac{1}{5}t}$$

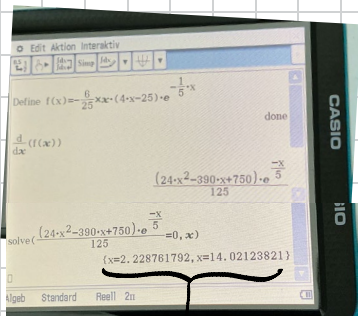
$$w(t) = \frac{1}{216}t^3 - \frac{1}{6}t^2 + t$$

Dabei ist t die seit Beobachtungsbeginn vergangene Zeit in Minuten, $v(t)$ die Geschwindigkeit von U1 in Meter pro Minute und $w(t)$ die Geschwindigkeit von U2 in Meter pro Minute. Wenn die Geschwindigkeit positiv ist, steigt die Unterwasserdrohne.

a) Bestimmen Sie die Koordinaten des Tiefpunktes des Graphen von v und interpretieren Sie die Werte im Sachkontext. (3 BE)

a) $v(t) = -\frac{6}{25}t \cdot (4t - 25) \cdot e^{-\frac{1}{5}t}$


Wir nutzen das ClassPad:

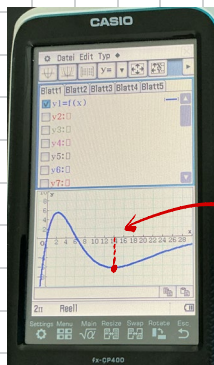


Potenzielle Extremstellen

Anwendung des ClassPads von „Main“ zu „Grafik & Tabelle“ wechseln

1. $f(x)$ eingeben

2. Über  anzeigen lassen.



Tiefpunkt also bei $x \approx 14,02$.

3. Unter „Main“ nun $f(14,02)$ berechnen: $-6,33 \Rightarrow$ TP bei $(14,02 | -6,33)$.

\Rightarrow U₁ hat ca. 14 min nach Beobachtungsbeginn eine Geschwindigkeit von ca. 6,3 Metern pro Sekunde und sinkt!

b) Im Beobachtungszeitraum beträgt der geringste Abstand von U1 zur Wasseroberfläche des Sees 10 Meter.

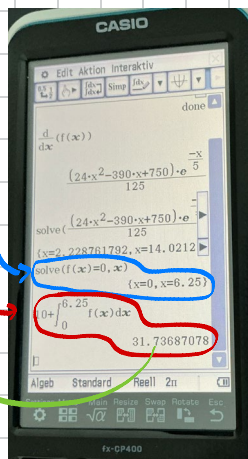
Ermitteln Sie den Abstand von U1 zur Wasseroberfläche zu Beobachtungsbeginn. (5 BE)

Bis zur Nuklstelle steigt das U-Boot (positive Werte). Also muss der Abstand sich kontinuierlich verringern. Wir berechnen also mithilfe des Integrals bis zur Nullstelle, um wie viele Meter sich der Abstand verringert hat. So erhalten wir den maximalen Abstand.

Bei $x = 6,25$ Nullstelle \rightarrow Class Pad

$$\Rightarrow 10 - \int_0^{6,25} v(t) dt \rightarrow \text{Class Pad}$$

$$\Rightarrow 31,74 \text{ m}$$



c) U2 ist zu Beobachtungsbeginn 5 Meter tiefer als U1 und steigt langsamer als U1. Der Graph in Abbildung 6.7 zeigt für die ersten Minuten des Beobachtungszeitraums die zeitliche Entwicklung des vertikalen Abstands der beiden Unterwasserdrohnen zueinander. Im dargestellten Bereich hat der Graph nur einen Hochpunkt $H(t_H | y_H)$.

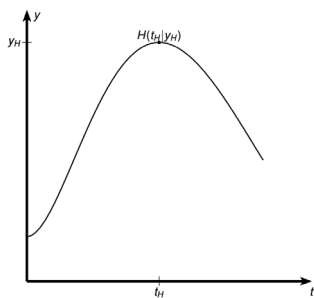


Abbildung 6.7

Erläutern Sie, wie man t_H anhand der Graphen von v und w ermitteln kann. (4 BE)

v und t im Class Pad anzeigen über „Grafik & Tabelle“.

- Abstand nimmt bis zum SP beider Graphen zu, dann wieder ab

\Rightarrow x-Koordinate des SP ist t_H .