

IlirsMatheAbiVorbereitung

Aufgabe 1

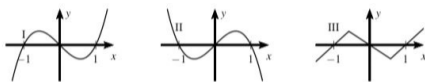
Analysis



I.2 Analysis

Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion f mit $f(x) = x^3 - x$.

a) Einer der folgenden Graphen I, II und III stellt f dar.



Geben Sie die Graphen an, die dafür nicht infrage kommen, und begründen Sie Ihre Angabe. (2 BE)

b) Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die der Graph von f und die x -Achse einschließen. (3 BE)

Mat1-gA-Paket2.2-AB-2021

Aufgabe 1, Seite 1 von 4

Analysis

a) f ist eine ganzrationale Funktion und damit überall diff-bar. Insbesondere ist f damit „knickfrei“. Bei III gibt es zwei Punkte, die aber nicht diff-bar sind, die als „Ecken“ zu sehen sind. Daher kommt III nicht in Frage.

$$\begin{aligned} \text{Es gilt } f(0,5) &= 0,5^3 - 0,5 \\ &= -\frac{3}{8} \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ Der Graph muss also für $x = 0,5$ unterhalb der x -Achse liegen. Daher kann II nicht korrekt sein.

$$b) \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (x^3 - x) dx = \left[\frac{1}{4} x^4 - \frac{1}{2} x^2 \right]_0^1 = \frac{1}{4} \cdot 1^4 - \frac{1}{2} \cdot 1^2 - \left(\frac{1}{4} \cdot 0^4 + \frac{1}{2} \cdot 0^2 \right) = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}$$

Fläche immer positiv.

$$2 \cdot \left| -\frac{1}{4} \right| = \frac{2}{4} = 0,5$$

↑
Wegen der Punktsymmetrie.