#IlirsMatheAbiVorbereitung

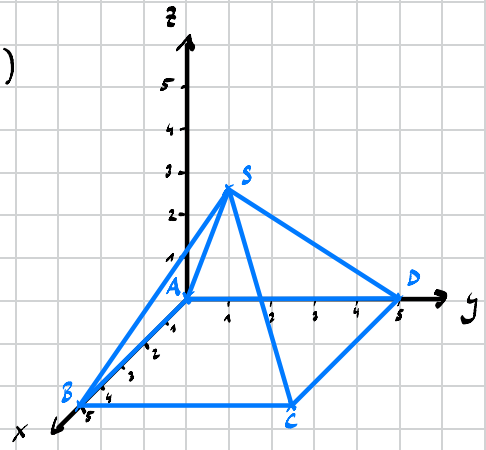
Aufgabe 2

Analytische Geometrie

Analytische Geometrie

	BE
In einem kartesischen Koordinatensystem ist die gerade Pyramide ABCDS mit $A(0\|0\|0)$, $B(5\|0\|0)$, $C(5\|5\|0)$ und $D(0\|5\|0)$ sowie der Spitze $S(2{,}5\|2{,}5\|3{,}9)$ gegeben.	
a Zeichnen Sie die Pyramide in ein Koordinatensystem ein.	3
b Begründen Sie ohne Verwendung von Vektoren, dass die Grundfläche der Pyramide ein Quadrat ist.	2
c Bestimmen Sie den Inhalt einer Seitenfläche der Pyramide.	2
d Die Punkte A, B und S liegen in einer Ebene E. Bestimmen Sie eine Gleichung von E in Koordinatenform. *(zur Kontrolle: $E: -39y + 25z = 0$)*	3
Die Pyramide stellt modellhaft ein geschlossenes Zelt dar, das auf horizontalem Untergrund steht. Eine Längeneinheit im Koordinatensystem entspricht einem Meter in der Realität.	
e Bestimmen Sie die Größe des Neigungswinkels einer Zeltwand gegenüber der Horizontalen.	2

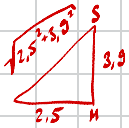
a)



b) A liegt im Koordinatenursprung. Die Kanten AB, AD und BC haben jeweils eine Länge von 5.

Da B und D auf den Achsen liegen und diese einen rechten Winkel haben, müssen auch AB & AD einen haben.

c) $\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \sqrt{2{,}5^2 + 3{,}9^2} \approx 11{,}58 \ LE^2$



d) $E: \vec{x} = \vec{OA} + r \cdot \vec{AB} + s \cdot \vec{AS}$ für $r, s \in \mathbb{R}$.

$$\vec{OA} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AS} = \begin{pmatrix} 2{,}5 \\ 2{,}5 \\ 3{,}9 \end{pmatrix}$$ analoge Rechnung.

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2{,}5 \\ 2{,}5 \\ 3{,}9 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2{,}5 \\ 2{,}5 \\ 3{,}9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -(5 \cdot 3{,}9) \\ 5 \cdot 2{,}5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -19{,}5 \\ 12{,}5 \end{pmatrix} \quad | \cdot 2$$

$$\begin{matrix} 5 & 2{,}5 \\ 0 & 2{,}5 \end{matrix}$$

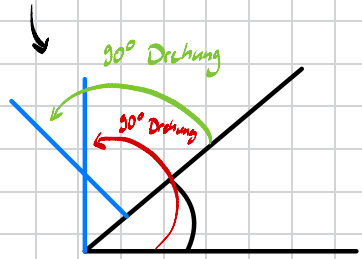
$$= \begin{pmatrix} 0 \\ -39 \\ 25 \end{pmatrix}$$

Ebene geht durch Ursprung:

$$\vec{n} \cdot (\vec{x} - \vec{p}) = 0$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -39 \\ 25 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = -39y + 25z = 0$$

e) Der Normalenvektor steht senkrecht auf unserer Ebene E. => Mit $\vec{m} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ entsteht neue Situation. Also berechnen wir den Winkel zwischen $\vec{n}$ und $\vec{m}$.



$$\cos\alpha = \frac{\vec{m} \cdot \vec{n}}{|\vec{m}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -39 \\ 25 \end{pmatrix}}{1 \cdot \sqrt{39^2 + 25^2}} = \frac{25}{1 \cdot \sqrt{39^2 + 25^2}} \approx 0{,}539 \quad | \arccos$$

$$\alpha \approx 57{,}34°$$

Die originale Prüfungsaufgabe aus dem Hamburger Mathe Abitur findest du hier:
https://bildungsserver.hamburg.de/resource/blob/999842/d3f64f3f8ba126e2403977036cbcf932/abitur-mathematik-beispiel-aufgaben-2025-data.pdf